

## SCIENZE

a cura di Emanuele Sorace

DIRK VAN DALEN, *L.E.J. Brouwer. Topologist, Intuitionist, Philosopher. How Mathematics is rooted in life*, London, Springer Verlag 2013, pp. XII-877, £ 44,95, e-book £ 34,99.

«Se veramente la matematica si ritirasse, per amore della sua tranquillità, in questa condizione di puro gioco, non sarebbe più un fattore determinante nella storia delle idee», dichiarava nel 1931 il grande matematico (ma anche fisico teorico e filosofo) Hermann Weyl riferendosi al programma di David Hilbert secondo il quale il contenuto classico della matematica poteva sopravvivere al crollo dei suoi fondamenti «solo attraverso una formalizzazione che, in linea di principio, la trasforma da un sistema di conoscenza in un gioco con segni e formule, che viene giocato secondo regole fissate» (*Il mondo aperto*, Torino, Boringhieri 1981). Ma vale la pena riportare anche l'icastico commento di Henry Poincaré al programma di formalizzazione logica di Peano e Burali-Forti:

Ainsi c'est bien entendu, pour démontrer un théorème, il n'est pas nécessaire ni même utile de savoir ce qu'il veut dire [...]; on pourrait imaginer une machine où l'on introduirait les axiomes par un bout pendant qu'on recueillerait les théorèmes à l'autre bout, comme cette machine légendaire de Chicago où les pores entrent vivants et d'où ils sortent transformés en jambons et en saucisses. Pas plus que ces machines, le mathématicien n'a besoin de comprendre ce qu'il fait. (*Les mathématiques et la logique*, «Revue de Métaphysique et de Morale», 1905, pp. 815-835).

Queste frasi così lontane nel tempo mostrano quanto profondo e duraturo fosse stato lo sconcerto provocato dalla rivelazione, ai primi del Novecento, delle antinomie nella teoria degli insiemi, che si era affermata come fondamento della matematica, e quanto fosse difficile trovare un punto comune tra chi sosteneva come via d'uscita una assiomatizzazione in cui era discriminante la coerenza formale degli assiomi e chi invece riteneva irrinunciabile la funzione della mente umana anche nelle questioni più astratte. In questo lunghissimo confronto tra i massimi matematici e logici del novecento, per certi versi ancora aperto anche se non più drammatico, un ruolo paragonabile a quello di Hilbert – ma sul versante opposto – lo ebbe proprio L.E.J. Brouwer, personalità oggi probabilmente ignota ai non addetti ai lavori.

L'ampia biografia di van Dalen si basa su una precedente edizione dello stesso autore ancora più ampia e dal titolo inverso (*Mystic, geometer and intuitionist. The Life of L.E.J. Brouwer*, 2 voll., Oxford, Oxford University Press 1999); e l'elenco delle pubblicazioni dell'autore – matematico, logico e

storico della matematica, professore emerito dell'Università di Utrecht – chiarisce che non si tratta di una mera riedizione visto che le sue ricerche sull'opera e la personalità di Brouwer (1881-1966) sono continuate senza sosta almeno sino al 2013. Del resto, già la sua tesi di dottorato (1963), preparata nell'università di Amsterdam, era dedicata a un problema di geometria specifico della nuova matematica inventata e predicata da Brouwer (LB in seguito), che in quella stessa università aveva studiato e poi insegnato per tutta la prima metà del XX secolo; e Bollati Boringhieri aveva già pubblicato nel 1983 le *Lezioni sull'intuizionismo* di LB, a cura dello stesso van Dalen, che tra l'altro è stato premiato dalla Reale Accademia Olandese nel 2003 proprio per avere riportato all'attenzione internazionale il lascito di LB.

Il volume si dipana in 18 capitoli, ciascuno suddiviso in paragrafi che – in successione cronologica – descrivono dettagliatamente la vita di LB a partire da *Gli anni di scuola* sino all'epilogo. L'autore analizza in profondità le influenze culturali decisive nella formazione intellettuale di LB, e osserva che in generale esse rientrano nelle correnti dominanti in Europa sul finire del XIX secolo, per cui il nostro è prima influenzato da Schopenhauer, condivide per un biennio gli ideali socialisti, poi si lascia attrarre dal superomismo nietzchiano, per giungere ad una visione solipsistica del mondo. Ma nonostante un evidente e robusto antiprogressismo nella sua vita compaiono come autentici, duraturi e influenti amici due personaggi di tutt'altro tipo. Uno è Adama van Scheltema (1877-1924), celebre letterato e poeta socialista olandese che fu quasi il suo mentore; il loro epistolario 1898-1924 è stato pubblicato in inglese nel 2011, e forse sarebbe stato utile ricordare che la moglie di Scheltema è stata la bibliotecaria che, nel secondo dopoguerra, contribuì a salvare e recuperare l'archivio dell'International Institute of Social History di Amsterdam. L'altro è Gerrit Mannoury (1867-1956) filosofo, linguista, matematico olandese, marxista e militante comunista atipico, nei cui confronti LB dichiarerà di avere un inestimabile debito intellettuale per avergli mostrato la via verso una matematica viva e in divenire, diversa dalla collezione platonica di risultati preesistenti.

L'aspetto singolare di LB è la precocità delle sue problematiche, che si sviluppano insieme a una grande conoscenza critica della matematica. Brouwer avrebbe potuto, volendo, entrare all'università già a 14 anni, ma decide di frequentare due anni supplementari di Gymnasium per studiare, oltre alla filosofia, il greco e il latino. All'università, poi, oscilla tra la matematica e la filosofia – pur producendo vari contributi matematici originali – frequentando al contempo le confraternite studentesche e mescolandosi ad aspiranti artisti, letterati, attivisti politici. Nel 1905 organizza una serie di conferenze tenute dall'allora (localmente) celeberrimo filosofo Gerardus J.P.J. Bolland, convinto sostenitore dell'idealismo hegeliano. E sempre nel 1905 pubblica un libro su *Vita, Arte e Misticismo*, il cui assunto principale era «the truly mystical doc-

trine that man's ultimate goal and challenge is total introspection – a turning into oneself» (p. 64). Qui, nel primo capitolo, emblematicamente intitolato *Il triste mondo*, preannunciava le inevitabili catastrofi ecologiche che l'intensificarsi tecnologico dell'attività umana avrebbe causato: e va detto che, secondo van Dalen, LB tenne sempre uno stile di vita coerente con quelle convinzioni, dal rifiuto di avere figli alla scelta della modesta residenza, mai cambiata, in un dintorno agreste di Amsterdam, luogo scelto anche da varie associazioni e personalità 'alternative' dell'epoca. Sarà quello anche il centro della sua complicata, anomala e non sempre serena vita domestica e coniugale, iniziata precocemente e accuratamente descritta nel volume, che dà largo spazio anche alle avventure finanziarie di LB, che secondo l'autore spiegano alcune sue scelte, altrimenti incomprensibili.

La combattuta scelta della matematica e la preparazione della dissertazione per il dottorato, sono ricostruite efficacemente sia attraverso le lettere scambiate quotidianamente da LB col suo relatore Diederik Johannes Kortevég (il miglior matematico olandese del tempo, ma poco incline alle teorizzazioni, allora decisive), sia attraverso le note del programma di studio e le riflessioni introspettive di LB. La dissertazione, discussa nel 1907, è impressionante per profondità e ampiezza e dei temi affrontati, sebbene quelli strettamente filosofici venissero cassati nella stesura finale, su precisa volontà di Kortevég. Il quale ovviamente selezionò gli argomenti di maggiore interesse per i matematici, dalla logica e dalla questione dei fondamenti ai nuovi risultati ottenuti su problemi tradizionali. In breve tempo LB produsse poi alcuni essenziali contributi soprattutto nel campo della geometria delle varietà e nella nuova importantissima branca della topologia. A questo proposito van Dalen cita il bourbakista Dieudonné, secondo il quale «Poincaré definì l'oggetto di quella disciplina, ma è Brouwer che inventò i metodi con cui poter dimostrare teoremi intorno a tali oggetti, qualcosa che Poincaré non fu in grado di fare» (p. 170). LB assurse dunque rapidamente al rango di protagonista della matematica europea e ottenne rapidamente un posto di professore ordinario nell'Università (municipale) di Amsterdam, dove rimase sino alla pensione, acquisendo man mano un notevole potere accademico nel dipartimento di matematica (non sempre saggiamente esercitato, si direbbe), rifiutando varie offerte di cattedre straniere assai più prestigiose.

Il volume analizza con acribia il contesto matematico internazionale in cui LB si mosse da protagonista per cinquanta anni grazie al grande prestigio acquisito, utilizzando a fondo le sue capacità comunicative e la sua grande cultura per diffondere e affermare la sua 'rivoluzione matematica', battezzata «Intuizionismo», che negli anni Venti egli avrebbe dimostrato essere non una variante formale o una seccante scrematatura di quella classica, ma una matematica effettivamente nuova (cap. 10), nella quale molte precedenti proposi-

zioni non sono più accettate, e viceversa se ne possono ricavare nuove e fondamentali col vantaggio di evitare le contraddizioni e i paradossi che minavano la teoria degli insiemi. Purtroppo, afferma van Dalen, le esposizioni di LB erano troppo difficili perché i matematici dell'epoca vi dedicassero il tempo necessario a capirle: per esempio, la definizione cantoriana di 'insieme' consiste di poche parole, mentre lo «spread», vale a dire l'analoga costruzione basilare brouweriana, richiede una definizione di ben 13 righe (p. 304). Si deve al suo allievo e seguace A. Heyting, che fu il tutor di van Dalen, una presentazione più accessibile e a E. Bishop la dimostrazione (p. 530) che molti risultati della matematica classica possono essere ritrovati secondo la procedura intuizionista.

Il volume si presenta, in alcune sue parti, come una presentazione specifica seppur semplificata dell'intuizionismo; la loro lettura si presenta dunque decisamente ostica, a causa del formalismo e dei concetti, inusuali anche per chi usa correntemente la matematica moderna. Detto in breve, i problemi per la teoria degli insiemi nascevano dalla difficoltà di trattare gli insiemi composti di infiniti elementi impossibili da numerare, quali sono, per esempio, i punti di un segmento. La risposta, abbozzata da LB già nella sua dissertazione, parte dalla affermazione che «il ragionamento matematico non è un ragionamento logico». Il ragionamento matematico, secondo lui, «consisteva di costruzioni mentali, mentre il ragionamento logico ha il suo posto nella sfera del linguaggio. Quindi [...] la matematica è indipendente dalla logica, [...] e la logica dipende dalla matematica» (p. 95). Una dimostrazione matematica sarà dunque valida in quanto costruzione (di qui il termine «costruttivismo» usato per indicare questa concezione); in particolare non sono accettabili dimostrazioni per assurdo, in quanto il principio del terzo escluso va rifiutato, essendo chiaramente non costruttivo.

LB si confronta con filosofi matematici come Bertrand Russell, Henry Poincaré e Louis Couturat, più tardi incontra Wittgenstein e Husserl, frequenta il circolo di Vienna, dimostrando un interesse particolare per la *Critica della Ragion Pura* di Kant, di cui rifiutava la concezione dello spazio euclideo, ma accettava l'idea secondo cui il tempo costituisce la base dell'aritmetica. Il suo costruttivismo mostra non poche affinità con le idee dei matematici francesi – Poincaré, Borel, Hadmard... –; ma fu soprattutto con i matematici tedeschi (sia di Göttingen che della concorrente Berlino) che LB interagì, al punto di ricevere nel primo dopoguerra l'offerta di una cattedra ed essere accolto, per l'importanza dei suoi risultati topologici, nel comitato scientifico dei «*Mathematische Annalen*», la più nota rivista dell'epoca, diretta da David Hilbert, divenuto dopo la morte di Poincaré nel 1912 un nuovo *princeps mathematicorum*.

Il testo riporta accuratamente gli incontri e gli scontri tra matematici – alcuni allora o oggi notissimi, altri dimenticati – su questioni di fondo, che

peraltro si intrecciavano spesso a questioni di priorità scientifiche e di carriere accademiche in cui anche LB si trovò spesso coinvolto. Spicca positivamente Weyl, che nonostante fosse il delfino designato da Hilbert condivise le idee di LB, divergenti dal programma di Hilbert, così come i giovanissimi sovietici Alexandrov, Uryshon e Kolmogorov. Ma, come documenta van Dalen in pagine di notevole interesse, anche tra gli scienziati europei la guerra e il trattato di Versailles avevano provocato durature lacerazioni, iniziate con la famigerata *Dichiarazione dei 93* sull'innocenza totale della Germania nello scoppio della Grande guerra e nell'invasione del Belgio, che in effetti fu firmata da un solo matematico, Felix Klein, eminente ma vecchio, che affermerà poi di essere stato male informato.

Politicamente indefinibile, ma assolutamente internazionalista (pp. 245-246 e p. 328), LB la giudicò un vera e proprio sacrilegio, ma trovò ancor più indifendibile, alla fine della guerra, il rigido embargo scientifico imposto alle nazioni sconfitte (con conseguente danno sia per i vinti che per i vincitori), e si impegnò a fondo, fino ad apparire un amico dei nazionalisti tedeschi, perché esso venisse tolto del tutto e senza compromessi: cosa che avvenne solo a partire dal Congresso Internazionale di Matematica tenutosi a Bologna nel 1928. Ma sempre nel 1928 la *Grundlagenstreit* (la battaglia sui fondamenti) era giunta a un punto critico, con Hilbert convinto che il suo programma necessitava ormai solo di aggiustamenti minimi. Malato gravemente e pensando di essere prossimo alla morte, egli vedeva in Brouwer e nell'intuizionismo, da lui mai studiato seriamente (p. 589) ma della cui infondatezza era certo, l'unico ostacolo all'affermazione dello schema formalista. Temendo che alla guida degli «Annalen» gli succedesse LB, Hilbert gli inviò allora un telegramma nel quale lo informava di averlo espulso dall'*editorial board* a causa delle loro differenze di vedute. LB entrò in una depressione profondissima ma reagì con vemenza ed efficacemente a quell'atto ingiustificabile. Hilbert riuscì a vincere quella che Einstein, anche lui membro del comitato, definì «la guerra delle rane e dei topi» solo nel 1929 e al prezzo gravissimo di dover sciogliere il vecchio comitato e di non poterne creare uno nuovo dato il rifiuto a farne parte di Einstein e di altri nomi prestigiosi presenti nel vecchio.

Pochi mesi dopo il giovane logico Kurt Godel avrebbe dimostrato l'incompletezza della matematica classica formalizzata; e van Dalen può ben commentare: «Hilbert vinse il conflitto sul piano sociale, ma lo perse sul piano scientifico» (p. 591). Tuttavia i risultati di Godel non furono seguiti da un rilancio dell'intuizionismo da parte di LB, in quanto il conflitto con Hilbert lo segnò negativamente per il resto della vita. Riuscì a mettere in piedi una ottima rivista di matematica, con un comitato veramente internazionale, ma non pubblicizzò più in nessuna forma le sue successive ricerche sui fondamenti, ritrovate *post mortem* nei suoi appunti, né riuscì ad avere rapporti non

conflittuali con alcuni giovani matematici di grande valore che lo ammiravano e che avrebbero voluto collaborare con lui. Si ha l'impressione che il giudizio dell'autore – «i suoi conflitti erano sempre il risultato di una *instance of injustice*, che essa fosse verso sé o verso gli altri» (p. 192) – a partire dagli anni Trenta andrebbe rivisto eliminando la seconda alternativa. Si veda per esempio la non grande solidarietà verso i matematici di Göttingen dopo le leggi del 1933 (cap. 15), o il comportamento non certo da collaborazionista ma anche estremamente prudente verso gli occupanti nazisti (cap. 16), come se le gravi offese personali pesassero più dell'immane tragedia collettiva. Tanto più che LB non era affatto uno studioso da tavolino con interessi ristretti. Anche al di là degli entusiasmi romantici giovanili, la biografia ce lo mostra impegnato nel primo dopoguerra, oltre che sul problema del boicottaggio, in varie imprese culturali: da un'Accademia internazionale di filosofia al Circolo *Significs* (un istituto per una riforma sociolinguistica ricco di analogie col Circolo di Vienna, ma che non decollò mai, nonostante il grande impegno postovi da Mannoury).

A questo proposito van Dalen scrive che per un uomo con una posizione accademica a tempo pieno, il castigo per un impegno troppo vasto e capillare poteva – e si sarebbe dimostrato – disastroso (p. 325), ma non si può evitare di rimarcare il totale e davvero «disastroso» disinteresse di LB (e si direbbe anche di van Dalen) per la rivoluzione quantistica, che avveniva in quel periodo (e proprio a Göttingen), e quindi per le problematiche logiche e matematiche da essa aperte. Un'attenzione esterna al contesto strettamente logico e matematico, anche dopo i primi capitoli, sarebbe stata utile al volume, anche a costo di qualche taglio documentale. Per esempio l'equilibrata posizione di Einstein nella faccenda degli «Annalen» potrebbe essere stata facilitata dalla sua esperienza del comportamento – nel novembre 1915 – da lui definito allora «nostrificante» (vedi p. 540) – o meglio di appropriazione indebita delle idee altrui – tenuto nei suoi confronti da Hilbert, che aveva presentato una sua teoria delle forze basata sulla relatività generale cinque giorni prima della presentazione dell'articolo definitivo dello stesso Einstein, il quale aveva discusso di alcuni problemi ancora in sospeso proprio con i matematici di Göttingen, e in particolare con Hilbert anche per lettera.

Il volume è comunque un'opera fuori del comune, più che meritevole di lettura, anche se al termine di un testo così lungo e attento ci si aspetterebbe una esposizione degli sviluppi successivi alla morte di LB nel campo dei fondamenti, e una messa a fuoco della situazione attuale – in fondo la «macchina fabbrica di teoremi» paventata da Poincaré potrebbe essere ormai a portata di mano. Ma su questo van Dalen è assai sbrigativo, limitandosi a descrivere brevemente le sorti successive di alcuni protagonisti.

EMANUELE SORACE